

Porto alegre, 26 de setembro de 2004.

Relatividade e Cosmologia

Aula 7

Horacio Dottori

1.13.1-Efeito Doppler clássico

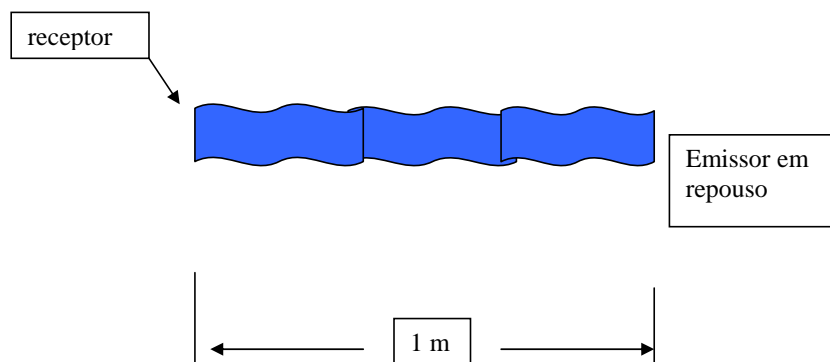


Figura 7-1

Na situação da figura 7-1, é emitido um frente de ondas e após 1m de distância um receptor detecta a mesma. Se a onda tem comprimento de onda λ , em 1m haverá $N = 1/\lambda$ ondinhas. A frente de onda tarda em percorrer 1m um tempo $1/c$, onde c é a velocidade da luz.

Se o emissor está em movimento (Figura 7-2), na direção contrária da emissão da onda, ele terá percorrido ao cabo desse 1m, uma distância $v/c \times 1m$. A frente da onda terá percorrido 1m, devido à constância de c . É importante ver que Doppler já usou a constância da velocidade de uma onda num meio, o que era conhecido para o som. A velocidade só depende das propriedades do meio.

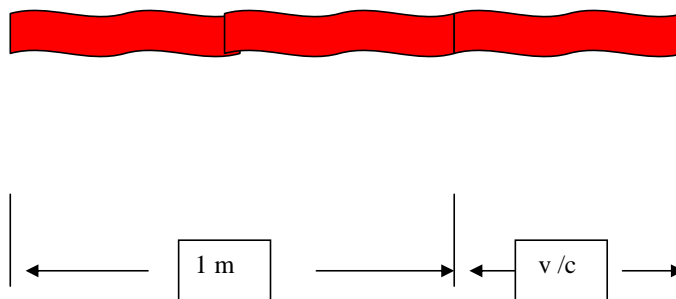


Figura
7 2

Na Figura 7-2, a cor vermelha simboliza a mudança do comprimento de onda da luz, como veremos a continuação. As N ondinhas ocuparão agora uma distância $1 + v/c$, ou seja cada ondinha estará $v/c \cdot N$ mais compridas, ou seja $\lambda_f = \lambda_i + \lambda_i (v/c)$. Daqui obtemos que $\lambda_f / \lambda_i = 1 + (v/c)$, ou $\Delta\lambda / \lambda = v/c$.

1.13.2-Veremos que o efeito Doppler relativístico é diferente.

Analisaremos 3 casos

1.13.2.1- Uma faísca intermitente emitida de um móvel

Colocamos primeiramente o caso de uma vela intermitente montada num foguete que se movimenta com velocidade V e que envia pulsos de luz com uma frequência ν pulsos por segundo (figura 7-3).

Qual é a frequência vista no laboratório?

Notemos que como $c=1$, os comprimento de ondas são equivalentes a intervalos de tempo, já que $\lambda = c / \nu$, e a frequência é medida em s^{-1} (ou equivalentemente em m^{-1}).

Então o τ medido entre o início e o fim da emissão do pulso de luz, no sistema próprio do foguete, comparado com o T_{rec} que é o tempo transcorrido entre a recepção do início e o fim do pulso no sistema de laboratório fornecerá o efeito Doppler desejado.

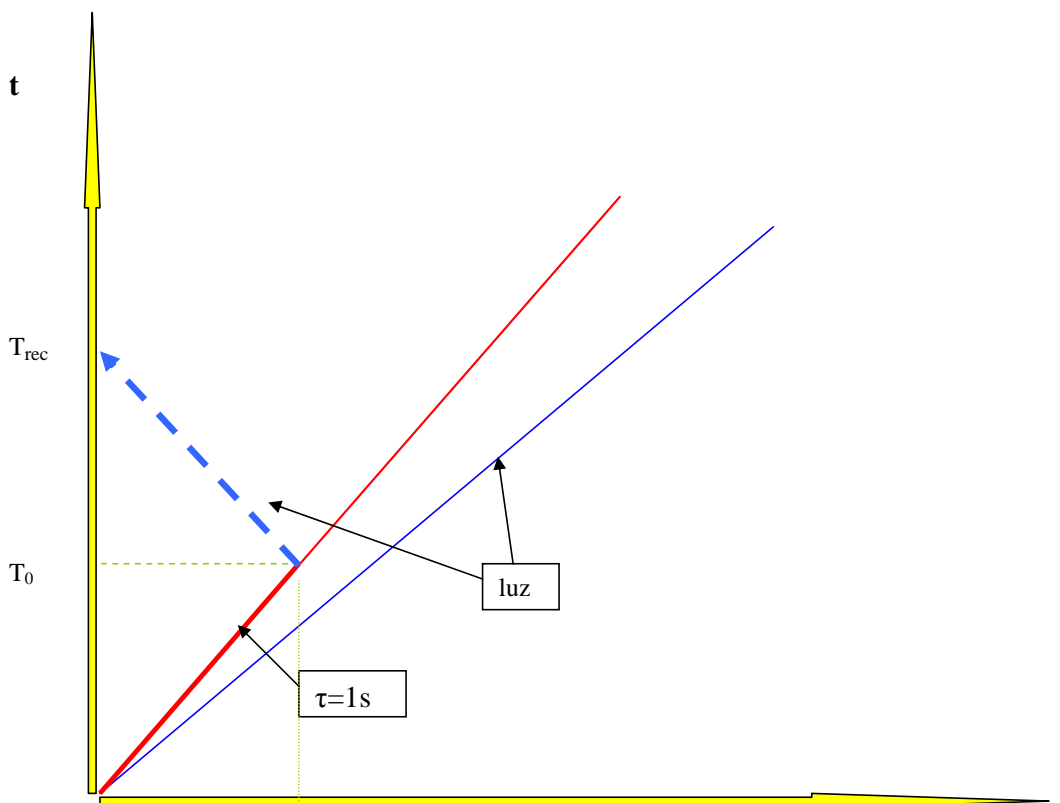


Figura 7-3

Para calcularmos o T_{rec} , vemos primeiramente que a coordenada T_0 do evento final de emissão do pulso é diferente de T_{rec} . Qual é a diferença?. Se observarmos a figura 7-3, o evento início e fim da emissão, no sistema Q estão respectivamente nas coordenadas $(x,t) = (0,0)$ e (X_0, T_0) . Os mesmos eventos nas coordenadas Q' estão em $(0,0)$ e $(0,\tau)$. Se observarmos o raio emitido pelo foguete, como a sua coordenada x no momento da emissão e X_0 , por ser este raio uma linha de 45° no sistema Q (azul tracejada), o intervalo de tempo transcorrido entre T_0 e T_{rec} , deve ser igual a X_0 . Então $T_{rec} = T_0 + X_0$. como $X_0 = V \cdot T_0$, vemos que $T_{rec} = T_0 (1+V)$. Escrevendo T_0 em termos de τ ($=1\text{Seg}$, no caso), pela dilatação temporal teremos que $T_0 = \tau / (1-V^2)^{1/2}$. Ou $T_{rec} = \tau (1+V) / (1-V^2)^{1/2}$. Esta expressão nos fornece imediatamente o efeito Doppler relativístico devido ao movimento:

$$T_{rec} / \tau = (1+V) / (1-V^2)^{1/2}$$

ou

$$\lambda / \lambda_0 = (1+V) / (1-V^2)^{1/2}$$

Se foram emitidos f pulsos por seg pela vela do foguete, são observados f pulsos no intervalo T_{rec} no laboratório, em 1 seg serão observados no laboratório $F = f / T_{rec} = f (1-V^2)^{1/2} / (1+V)$. Que é a expressão para a mudança de frequências.

Da expressão $T_{rec} = T_0 + X_0$, poderíamos usar diretamente as transformações de Lorentz do sistema Q' para o Q e escrever $X_0 = V \cdot \gamma \cdot \tau$, e $T_0 = \gamma^{-1} \cdot \tau$ o que fornece imediatamente a expressão desejada, porem é muito mais simples de se ver a essência da transformação no diagrama e-t com a emissão e a recepção do pulso de luz.

[MC1] Comentário:

1.13.3- Expansão do Universo.

A situação é muito semelhante à anterior. Más na vida real o que observamos é que galáxias mais distantes possuem velocidade de recessão maior e seguem a lei de Hubble:

$$V_r = H \cdot D$$

Aqui, V_r = velocidade da galáxia no sentido radial, D = distância e H é a cte de proporcionalidade de Hubble. O movimento radial observa-se no deslocamento das linhas espectrais dos elementos conhecidos, como as séries do Hidrogênio, o elemento mais abundante na natureza. Este deslocamento é interpretado como sendo devido ao efeito Doppler. Como todos os deslocamentos observados, fora do pequeno entorno da nossa galáxia, correspondem a avermelhamento das linhas espectrais (as linhas aparecem com comprimento de onda maior da do laboratório), em quaisquer direções que se observe, e seguem a lei anterior, isto interpreta-se como uma expansão do Universo como um todo. Uma forma de interpretar a lei de Hubble é de acordo as figuras seguintes, no qual toma-se uma seção 2-d do Universo e a coordenada perpendicular pode-se assemelhar ao tempo (figura 7-4).

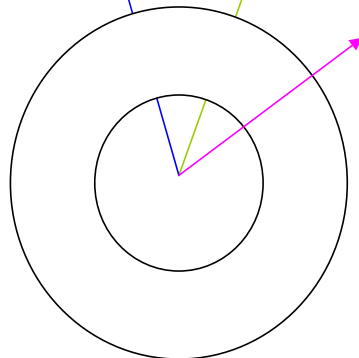
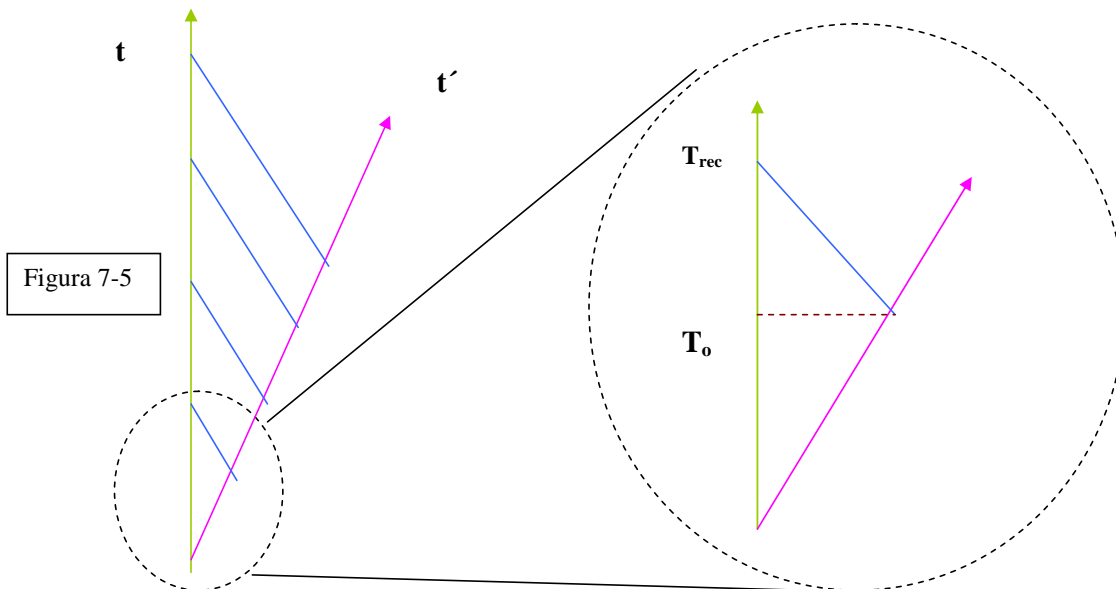


Figura 7-4

Na figura 7-4, 3 observadores são representados por cores diferentes, e os dois círculos concêntricos representam 2 instantes de um universo de seção esférica. Existe na expansão um tempo cósmico, equivalente ao sistema de relógios dos sistemas inerciais, que é o mesmo para todas as galáxias. A existência deste tempo, com origem comum e marcha semelhante é o que nos permite inferir coisas sobre o passado do Universo local observando galáxias distantes. Se T_1 e T_2 são os dois instantes, é obvio da figura que a velocidade de afastamento será proporcional à distância entre dois observadores ao tempo T_1 . Como há objetos com velocidades de recessão muito grandes, próximas à velocidade da luz, em todas as direções, vamos supor que o observador verde vê ao azul e ao roxo se afastarem dele com velocidades da ordem de 200.000 km/s. Qual será a velocidade com que o roxo vê ao azul, ou vice-versa?. Certamente aqui a soma das velocidades deve ser feita com a fórmula relativista. $V_{ar} = (V_{av} + V_{vr}) / (1 + V_{av} \cdot V_{vr})$. Agora, as galáxias da figura 7-4, comunicam-se por meio de raios de luz (Fig 7-5). Então teremos:



Os raios de luz são lançados pelo observador roxo e recebidos pelo observador verde (já que supomos que na figura o tempo evolui na direção da seta). Vê-se que a construção é totalmente semelhante à do efeito Doppler, e sob a condição de reconhecer qual é a cor original da luz que recebemos (ou qual é o elemento que deu origem ao espectro de linhas observado), então podemos calcular a velocidade do objeto. Este método, para objetos muito distantes, pode estar afetado por outros efeitos, por exemplo um campo gravitacional também tira energia (*avermelha*) dos ftons que saem dele .

1.13.4- Superluminais

Esta expressão nasceu primeiramente da observação de quasares que emitem jatos cuja velocidade, calculada com métodos clássicos são maiores que a da luz (daí o termo superluminal). Porém, eles tem uma explicação que não é contraditória com os postulados da RE e explicam outros fenômenos observados, como o "boosting" da radiação observada. (Boost = estímulo, empurro, etc).

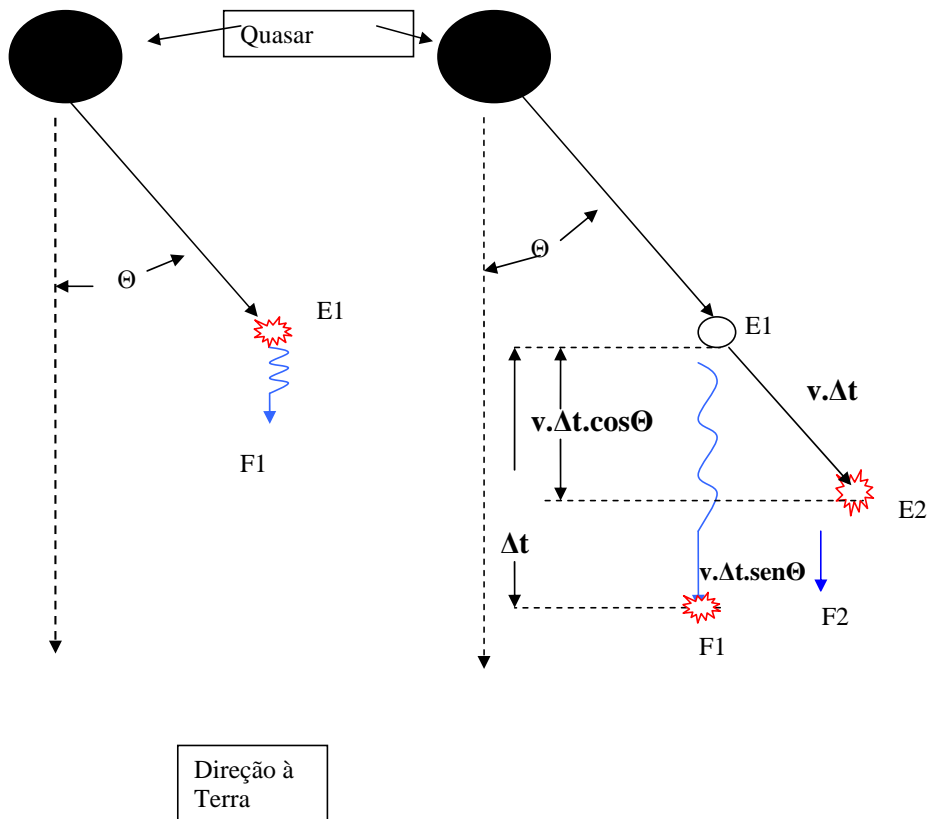


Figura 7-6

Supomos (Figura 7-6) que nos lugares das explosões E1 e E2 existem relógios sincronizados com o relógio da Terra, que é o lugar onde são detectadas as emissões dos flashes de luz F1 e F2, produzidos nas explosões E1 e E2. Importante de se notar é que F1 e F2 são flashes de luz, por tanto propagam-se e são detectados por qualquer observador com velocidade $c=1$. No entanto, no que F1 viaja na direção da Terra, o corpo que emite deslocou-se ao longo da trajetória que forma um ângulo Θ e emite um segundo flash em F2. Como vemos, se compararmos com o caso da explosão anteriormente tratada, ambos são, do ponto de vista do diagrama e-t, exatamente equivalentes. Nós não conhecemos Δt , nem Θ , nem v , nem o intervalo de tempo próprio $\Delta \tau$.

Podemos sim obter o Δt_{rec} do caso da figura anterior, que corresponde obviamente à diferença de tempo em nosso relógio entre duas posições sucessivas de uma fonte.
 De outro lado também existe uma diferença entre o ângulo Θ visto pelo observador em Terra e aquele visto pelo Quasar (como veremos na próxima aula).

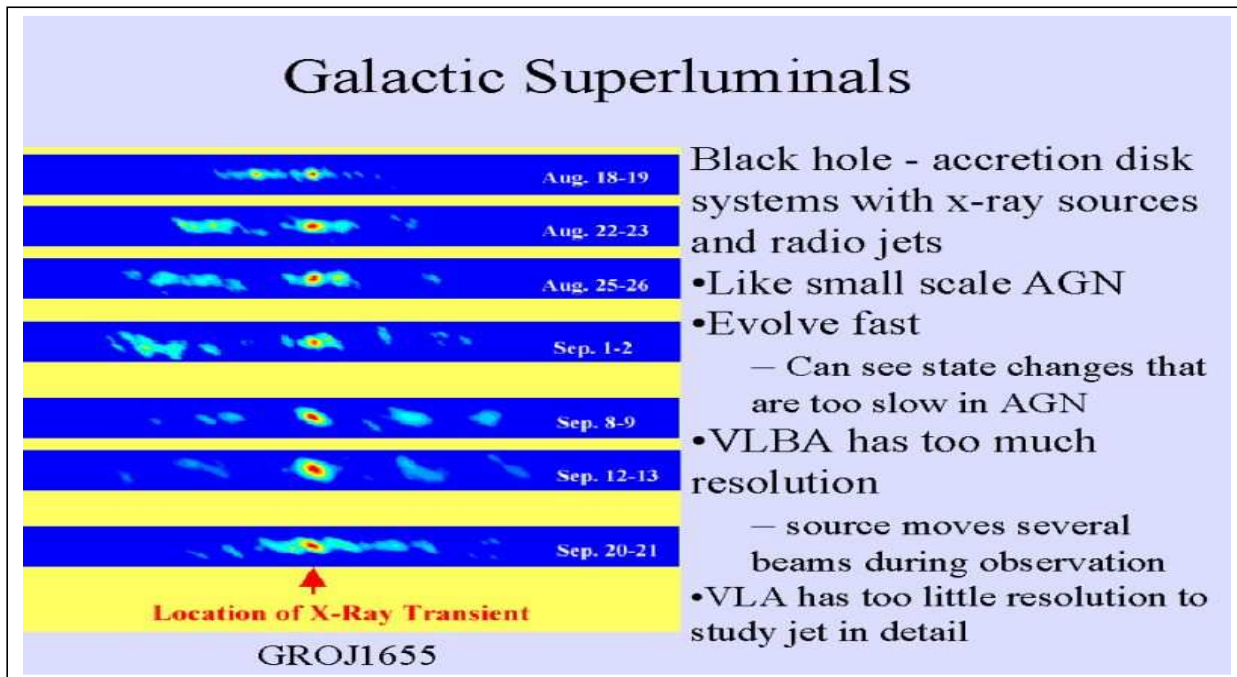


Figura 7-7

No caso da figura 7-7 (extraído de www.aoc.nrao/~cwalker/talks/eula2.Aug22/sld10.htm), descoberto por Mirabel e Rodriguez (Nature, 1994, 371,46) pode se ver o movimento das fontes.

A diferença entre o intervalo de tempo observado na Terra e entre os dois flashes Δt_{obs} e aquele observado pelos relógios sincronizados com a Terra, mas localizado nos pontos da grade E1 e E2, Δt , será :

$$\Delta t_{\text{obs}} = \Delta t - v \cdot \Delta t \cdot \cos \Theta ,$$

= $\Delta t (1 - v \cdot \cos \Theta)$ Outra coisa que mede-se é o afastamento espacial, projetado no plano do céu, entre os dois flashes. Na verdade só é observado o afastamento angular no plano do céu, para saber o afastamento espacial é necessário saber a distância ao objeto. Este é um problema muito grande *per-se*, e

supomos que é conhecido, já que baseia-se em métodos astronômicos que na maioria das vezes são complicados.

$$\Delta x_{\text{obs}} = v \cdot \Delta t \cdot \text{sen} \Theta,$$

Por tanto a velocidade observada na Terra (o espaço percorrido dividido pelo tempo decorrido, "*friamente calculado*") será,

$$\Delta x_{\text{obs}} / \Delta t_{\text{obs}} = v \cdot \Delta t \cdot \text{sen} \Theta / \Delta t (1 - v \cdot \text{cos} \Theta),$$

$$V_{\text{obs}} = v \cdot \text{sen} \Theta / (1 - v \cdot \text{cos} \Theta)$$

Então este é a V_{obs} em função da velocidade v do objeto, como medido no lugar (ver figura). Obviamente existe uma indeterminação neste problema, já que não conhecemos v nem Θ .

Da mesma maneira que procedimos em aula faça o seguinte exercício:

- Identifique globulos na figura anexa do microquasar QROJ1655, que sem ambigüidades pareça ser o mesmo objeto observado em dois tempos diferentes.
- supondo que o microquasar está a uma distância de 8 kpc (1pc = 3,2 al). Calcule a velocidade observada e diga se a mesma é superluminal.
- Se a velocidade é superluminal, calcule v , (a velocidade real do objeto) para diversos angulos Θ .
- Calcule o ângulo Θ para o qual a velocidade é máxima (faça a derivada da equação de V_{obs} e iguale a zero).
- Suponha que o microquasar afasta-se em relação ao Sol com uma velocidade de 500 km/s, calcule como verse-a do microquasar o fenômeno de emissão.
- Agora suponha que o microquasar se movimenta com um fator $z = 4.3$ e diga como verse-a o fenômeno neste caso.
- Nesta figura a linha de emissores que parecem estar vindo em direção à Terra é a da esquerda (os objetos aparecem mais brilhantes pelo boosting). Porem há um glóbulo que parece mais brilhante do lado direito. Você poderia dar uma explicação para este fenômeno?
- Suponha que você pode medir o comprimento de onda de dois globulos emitidos simultaneamente em direções exatamente opostas, você poderia Ter algum parâmetro a mais para determinar as incognitas deste problema?. Por exemplo a velocidade dos glóbulos?.

O efeito Doppler transverso:

Por causa da dilatação temporal existe uma diferença a mais entre o efeito Doppler relativista e o clássico. Mesmo no caso em que a fonte movimenta-se na direção transversal à direção de observação verse-a um efeito de avermelhamento da fonte agora tão só por causa da dilatação temporal. Este é o chamado **efeito Doppler transversal** Calcule este efeito e compare-lo com o *efeito Doppler longitudinal*.

$$\lambda / \lambda_0 = 1 / (1 - V^2)^{1/2}$$