Porto Alegre, 14 de novembro de 2002

Aula 6 de Relatividade e Cosmologia

Horácio Dottori

1.12- O paradoxo dos gêmeos

1.12.1- Sistemas Inerciais (observadores) com velocidades diversas vêem a distância temporal entre dois eventos em forma diferente. Na figura 1, mostramos 2 sistemas (por exemplo foguetes) com velocidade diferentes: O primeiro (amarelo) tem 3/5 da velocidade da luz, o segundo (roxo) tem 4/5 da velocidade da luz. Ambos são comparados ao raio de luz (azul) com velocidade 5/5 = 1.

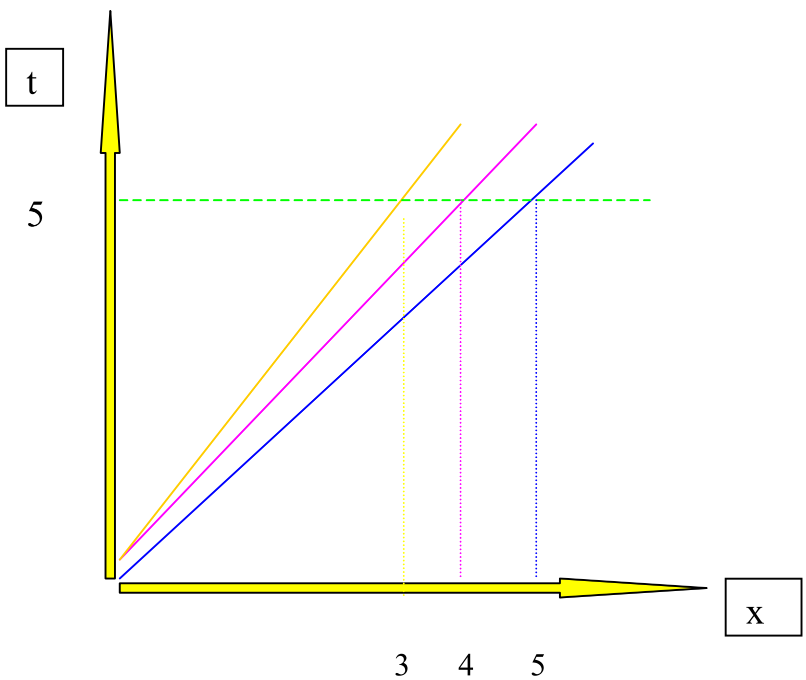

Figura 6-1

Se computarmos o tempo próprio de cada um dos foguetes para atingir o evento de coordenada temporal 5 e coordenada espacial 3, 4 e 5 respectivamente veremos que em cada caso é:

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2,$$

4, 3 e 0. Isto é os tempos próprios são menores quanto maior é a velocidade do móvel. Com a particularidade de que o ***raio de luz tem tempo próprio igual a zero*** Se agora idealizarmos que cada referencial volta com a mesma velocidade para a origem (Figura 6-2 Isto poderia ser imaginado, por exemplo, da seguinte forma: ao chegar as respectivas distâncias de 3 , 4 e 5, cada sistema passa um sinal para um sistema de referência que tem o mesmo módulo de velocidade, más viaja no sentido contrário. Na realidade, pode passar um sinal para todos os sistemas que cruzam-se com ele, sem pretender reconhecer aquele que tem a mesma velocidade, porem os que arribarão simultaneamente à origem serão aqueles que tem as respectivas velocidades iguais, más viajam em sentido contrário).

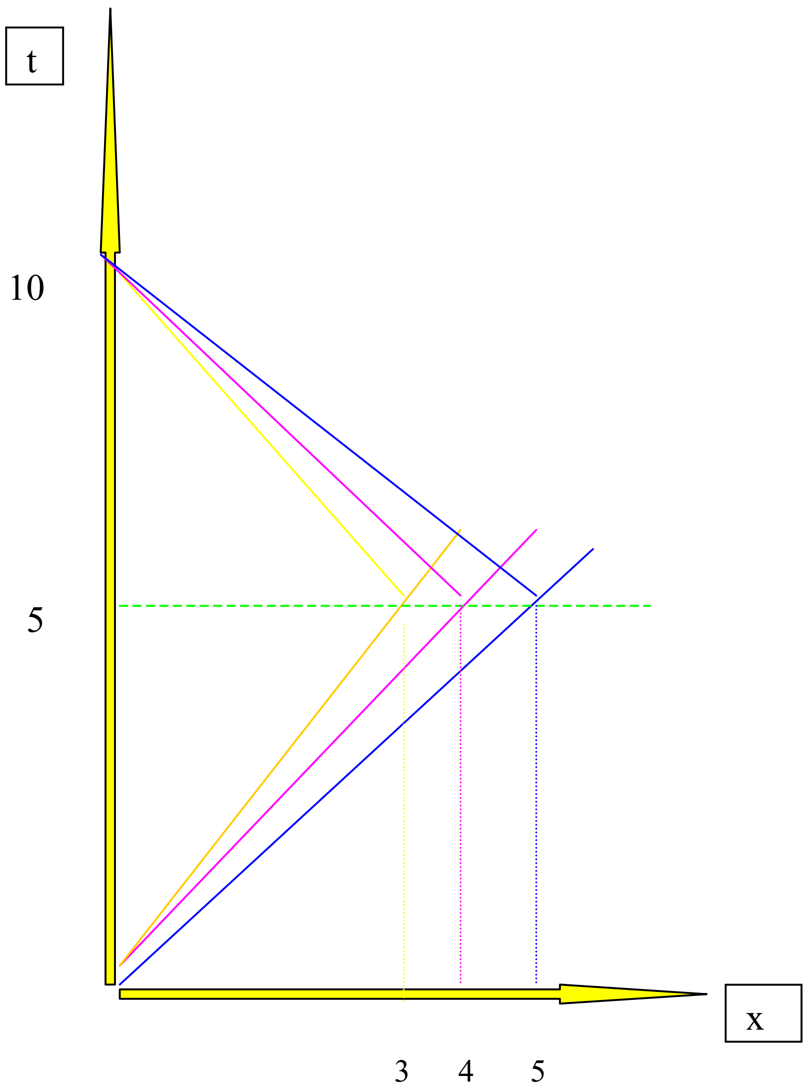

Figura 6-2

Vê-se que os 3 sistemas considerados chegam ao ponto t=10 x=0, nos tempos próprios respectivos 8, 6 e 0. É importante de se destacar desta experiência que quanto maior o espaço percorrido numa mesma unidade de t, menor é o tempo próprio. Isto é uma característica da geometria hiperbólica do espaço tempo que não tem paralelo no espaço físico, onde vale a geometria euclidea. Na geometria euclidea, quanto mais a gente se afasta da linha reta maior é o espaço a percorrer entre dois pontos, como monstra a figura 6-3. Isto colocado, podemos abordar o paradoxo dos gêmeos

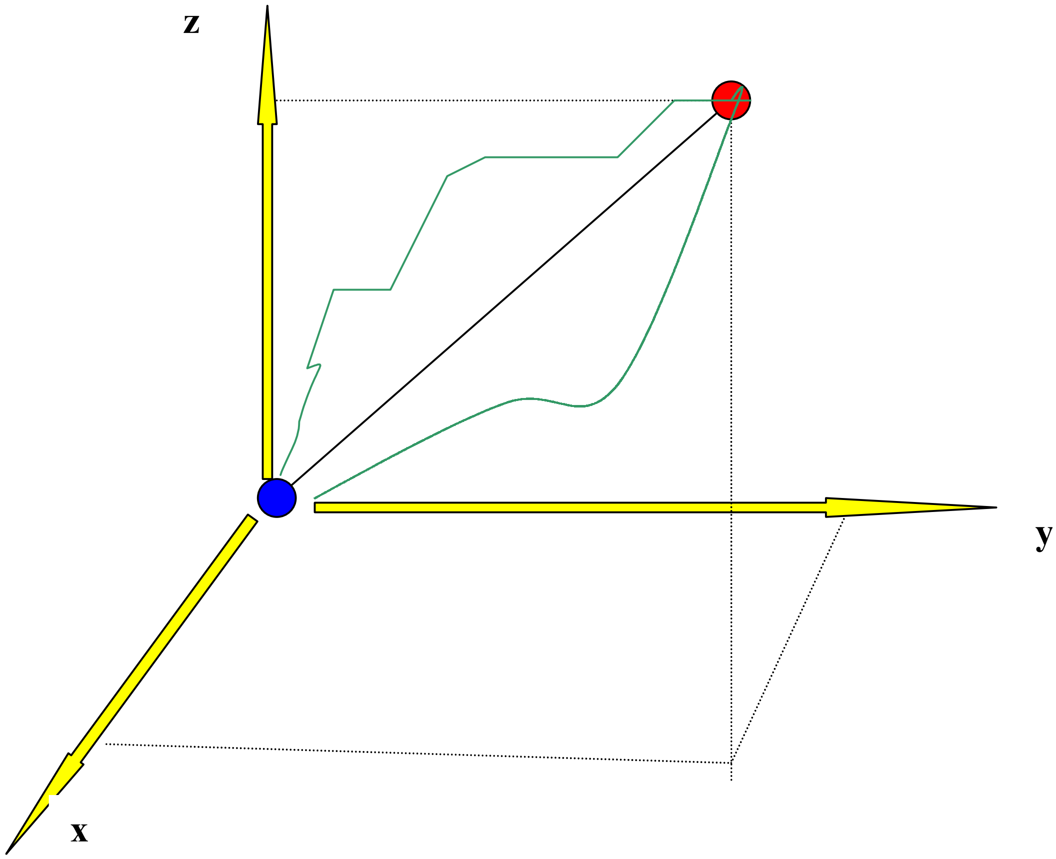

Figura 6-3

A distância euclidea entre as bolinhas vem dada por $(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{1/2}$. quaisquer outras trajetórias será ***fatalmente*** maior que a linha reta (como as desenhadas em verde, por exemplo). Na geometria pseudo-euclidea do caso hiperbólico da RE, as distâncias entre dois eventos podem ser percorridas em um tempo tão pequeno quanto desejarmos, dependendo da velocidade do móvel. Esta distância própria no sistema do móvel tem sempre $dx' = 0$ é chamada ***de tempo próprio.***
Não está impedida por exemplo a possibilidade de uma partícula com média vida de uma pequena fração de segundo cruzar a galáxia toda antes dela se desintegrar.

<u>O paradoxo</u>

Voltando então ao objeto desta aula, temos que considerar, como já mencionado da 2da aula, quando da descrição do sistema Q´ como visto do sistema laboratório Q, a diferença de simultaneidade para um mesmo evento se visto por observadores com velocidade diferente.

O paradoxo como geralmente colocado é o seguinte: Se dois gêmeos separam-se, um ficando na terra e outro viajando a velocidades relativísticas durante um certo tempo e depois voltando a Terra, aquele que viajou encontrará a seu irmão mais velho. Más, pela equivalência dos sistemas inerciais ele vê ao seu irmão durante a sua viagem mais jovem que ele, tal qual como o seu irmão em Terra vê a ele.

A Segunda afirmativa é valida, o viajante vê a seu irmão em Terra envelhecer mais devagar que o que ele envelhece durante a sua viagem.
Tomemos para fixar idéias o exemplo de uma velocidade de 9/10, supondo que o foguete viaja durante 10 anos de tempo próprio. Ao cabo destes 10 anos, a coordenada temporal do Sistema Q será:

$\Delta\tau'^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$, como $\Delta\tau = 10$ anos e $\Delta x/\Delta t = 0.9$, $\Delta t^2 = 100/(1-0.81)^2$, $\Delta t = 47.61$.

Más visto pelo astronauta, ele está em um referencial fixo e a Terra afastou-se dele com velocidade 9/10, ou seja que neste caso serão as suas coordenadas $\Delta t' = 10$ anos e $\Delta x' = -0.9\ \Delta t'$. Usando as transformações de Lorentz podemos obter o ***tempo próprio*** do observador em Terra (ou seja quanto envelheceu o irmão que ficou em Terra!) como visto pelo astronauta após os 10 anos decorridos no seu relógio. Este tempo será será:

$\Delta\tau^2 = \Delta t'^2 - \Delta x'^2$, ou $\Delta\tau = \Delta t'\ (1-0.81)^{0.5}$, O que fornece $\Delta\tau = 4.35$ anos!!!

Más qual é então a razão pela qual o viajante encontre na volta ao seu irmão residente na Terra mais velho?
Esta razão é muito sutil e deve-se à mudança de referencial. Quando o viajante (sistema Q´) decide voltar após 10 anos de tempo próprio ele tem de mudar de referencial e passar de v = 9/10 para v = -9/10 (sistema Q´´). Em bom romance isto significa que o evento ***voltar*** onde ambos referenciais (Q´ e Q´´) se encontram tem linha de simultaneidade diferentes e se correspondem com tempos diferentes no referencial Q da Terra. Como vê-se na figura 6-4, as linhas roxas tracejadas representam as linhas de simultaneidade do evento retorno (ER) para os sistemas Q´ e Q´´. Estas linhas são paralelas aos eixos x´ e x´´ respectivamente.
Note que os eventos no sistema Q, com x =0, que são simultâneos ao evento retorno como visto por Q´ e Q´´ são diferentes e correspondem respectivamente aos valores no eixo t de 4,35 anos e 90,87 anos (use as transformações de Lorentz para demonstrar este último valor, da mesma forma em que foi feito para 4,35 poucas linhas antes).

Uma crítica que pode se fazer é sobre a possibilidade de mudar de sistema, sofrendo uma aceleração como feito pelo gêmeo viajante. Isto traz duas considerações.
A primeira é positiva e define que realmente consegue-se distinguir qual dos dois gêmeos é o que fica mais jovem, pois há uma inquestionável diferença entre quem muda e quem não muda de sistema de referência.
A Segunda é negativa e é precisamente se pode-se mudar tranqüilamente de referencial em Relatividade Especial onde é postulada a equivalência de sistemas inerciais. Em relação a esta segunda questão, podemos supera-la não passando um ente material do sistema Q´ ao Q´´ mas simplesmente fazendo um contato (que nem nas corridas de bandeirinhas) que diga em que evento (descrito no sistema Q ou quaisquer outros) ambos sistemas se encontraram.. O

importante é levar a informação tempo próprio ao encontro do gêmeo na Terra. Veremos mais adiante que pode-se considerar a aceleração em RE, com um postulado adicional que diz que sistemas acelerados podem se comparar com os sistemas inerciais que em cada instante tem a mesma velocidade que ele.

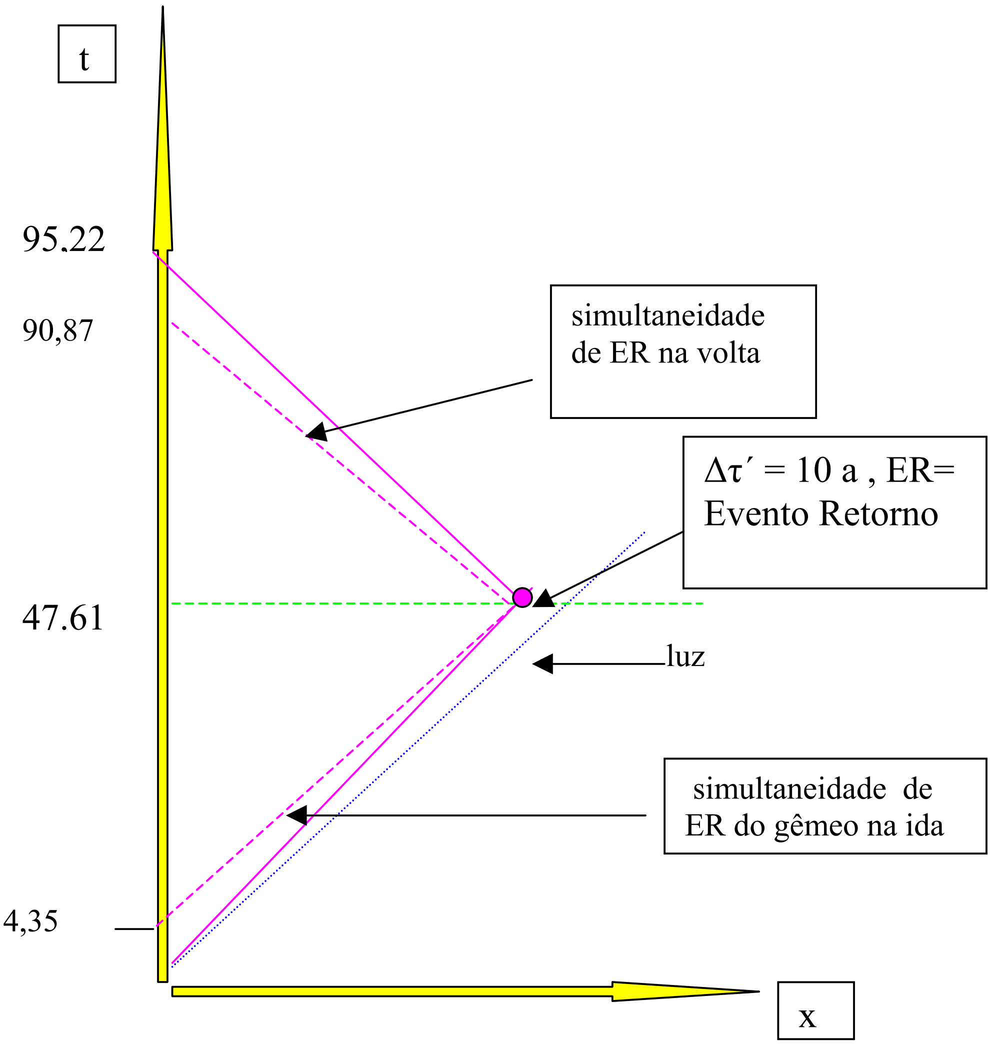

Figura 6-4